

レオロジー用語解説

本文中の*印をつけた用語,単独の項目として解説してある。

目 次

(五十音順)

定常流粘性の部

	頁
網目構造	network structure1
アンドレードの粘度式	Andrade's equation 1
応 力	stress 1
オストワルドの流動曲線	Ostwald's flow curve 2
回転粘度計	rotational viscometer 2
擬塑性	pseudo-plastic 3
キャソン式	Casson's equation 3
構造粘性	structural viscosity 4
降伏値	yield value 4
時間依存性現象	time-dependent effects 5
ず り	shear 5
ずり応力	shear stress 5
ずり速度	shear rate 6
ずり粘稠化	shear thickening 7
ずり粘度	shear viscosity 7
ずり流動化	shear thinning 7
塑性流動	plastic flow 7
層 流	laminar flow 7
ダイラタント	dilatant 7
端面効果	end effects 8
チクソトロピー	thixotropy 8
定常流動	steady flow 9
定常流粘度	steady flow viscosity 9
動粘度	kinematic viscosity 9
ニュートン性	Newtonian 10
ニュートンの粘性法則	Newton's law 10

粘 性	viscosity	10
粘 度	viscosity	11
粘度曲線	viscosity curve	11
粘稠性(コンシステンシー)	consistency	11
ハーシェル・バークレー式	Herschel-Bulkley's equation	11
ビンガム塑性	Bingham plastic	12
非ニュートン性	non-Newtonian	13
べき乗則	power law	13
法線応力	normal stress	13
みかけ粘度	apparent viscosity	14
乱 流	turbulent flow	14
流動曲線	flow curve	14
流動方程式	flow equation	14
レイノルズ数	Reynolds' number	14
レオペキシシー	rheopexy	15
レオロジー	rheology	16
レオロジー方程式	rheology equation	16
ワイゼンベルグ効果	Weissenberg effect	16

粘弾性の部

曳糸性	thread forming property	17
応力緩和	stress relaxation	17
架 橋	cross-linking	17
緩和時間	relaxation time	18
緩和スペクトル	relaxation spectrum	18
クリープ	creep	19
クリープ回復	creep recovery	20
クリープコンプライアンス	creep compliance	20
コンプライアンス	compliance	21
サンブナン体	St.Venant body	22
瞬間コンプライアンス	instantaneous compliance	22
振動法	oscillation method	22
ずり弾性率	shear modulus	23
スライダー模型	slider model	23

静的粘弾性	static viscoelasticity	23
線形粘弾性	linear viscoelasticity	23
塑性	plasticity	24
損失正接	loss tangent	24
体積弾性率	bulk modulus	24
ダッシュポット模型	dashpot model	25
弾性	elasticity	25
弾性限界	elastic limit	25
弾性前効果	elastic fore-effect	26
弾性余効	elastic after-effect	26
弾性率	modulus of elasticity	26
遅延時間	retardation time	26
遅延スペクトル	retardation spectrum	26
遅延弾性	retardation elasticity	27
動的粘弾性,フォークト体	dynamic viscoelasticity, voigt body	28
動的粘弾性,マックスウェル体	dynamic viscoelasticity, maxwell body	29
ニュートン性コンプライアンス	Newtonian compliance	31
粘弾性	viscoelasticity	31
バネ模型	spring model	31
ひずみ	strain	31
フォークト体	Voigt body	31
フックの弾性法則	Hooke's law	32
マックスウェル体	Maxwell body	32
ヤング率	Young's modulus	33
力学模型	mechanical model	33
レオメーター	rheometer	34

定常流粘性の部

網目構造 network structure

タンパク質や多糖類の水溶液において溶質である鎖状高分子間に何らかの原因で架橋*が行われ、溶液中で三次元的に連続してひろがった構造が形成される場合がある。このような構造を網目構造という。網目構造をもつ溶液は降伏値*をもち、降伏値を越さない応力の下では粘弾性*挙動を示す。網目構造が発達すると溶液はゲル化し粘弾性体となる。

アンドレードの粘度式 Andrade's V-T equation

粘度*は温度依存性が強く、粘度と温度の関係は次のアンドレードの粘度式で表される。

$$\eta = A e^{B/T}$$

ここに η は液体の粘度、 T は絶対温度 $= (273.16 + t^{\circ}\text{C}) (\text{K})$ 、 A および B はその液体に固有の定数である。

上式の対数をとると

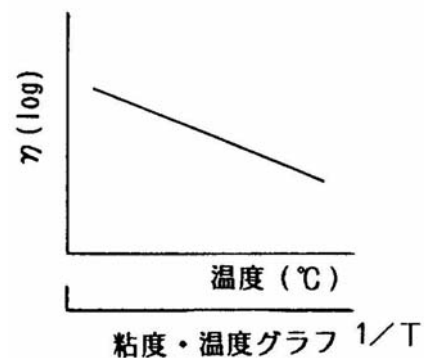
$$\log \eta = \log A + \frac{0.4343B}{T}$$

となるから $\log \eta - 1/T$ の片対数プロットをすると図示のように両者の関係は直線となる。

アンドレードの粘度式はアレニウス(Arrhenius)の高分子溶液に対する粘度と濃度の関係式に似ているので、アレニウスの粘度式ということがある。

上式のべき指数 B は次ぎの式で表される。

$$B = U/R$$



ここに U はみかけの活性化エネルギー(Apparent activation energy、 cal/mol)、 R は気体定数 $=1.986(\text{cal/mol})$ である。これより粘度・温度グラフの関係曲線の傾斜 B を計算して上式に代入すればみかけの活性化エネルギー U が求められる。

応力 stress

物体に外力を加えて変形させようとする、物体の内力の平衡はくずれてしまうので、

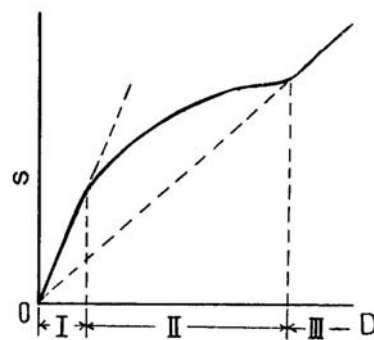
物体内部各部分は新しい位置に移って変形が表れ、新しい力の平衡が生じ、内力の分布の変化は、物体内部にゆきわたる。このように外力にともなって生じた内力のことを応力という。作用面に平行な応力の成分をずり応力*、直角な成分を法線応力*という。

オストワルドの流動曲線 Ostwald's flow curve

オストワルド(1925)は非ニュートン性液体の流動特性を非常に広範囲にわたるずり速度*に対して測定して流動曲線をえがくと、(a)図のようにずり速度*の範囲により異なる流動曲線*を示すことを見いだした。

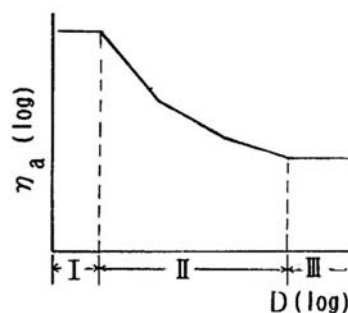
すなわち

- I:超低ずり速度範囲 ニュートン性 (第1ニュートン性領域)
- II:中間ずり速度範囲 非ニュートン性の擬塑性
- III:超高ずり速度範囲 ニュートン性 (第2ニュートン性領域)



(a) オストワルドの流動曲線

両対数プロットの粘度曲線*は(b)図のとおりで、IIのずり速度範囲では粘度曲線は右下りの直線となるが、ずり速度の増加とともに直線の傾斜は幾段階にもわたって変わり、それぞれに屈折点ができる。このように非ニュートン性の粘性がずり速度の大きさによりニュートン性 → 非ニュートン性 → ニュートン性と変わるのは分子構造の破壊、細分化によるものと考えて、オストワルドはこの種の液体を構造粘性*と定義した。

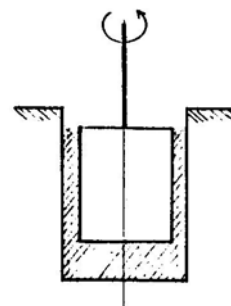


(b) オストワルドの粘度曲線

回転粘度計 rotational viscometer

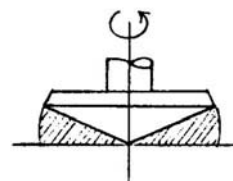
液体の中でロータを一定角速度で回転させたときに生ずる粘性摩擦トルクを観測して液体の粘度*を求める方式の粘度計の総称。

形式的には共軸円筒型 (coaxial cylinder) と円錐平板型 (cone-plate) の2種類がある (右図参照)。共軸円筒型には外筒回転型 (クエット (Couette) 型) 及び内筒回転型 (サーレ (Searle) 型) がある。コーン・プレート型にもコーン回転型、プレート回転型がある。上に述べた回転粘度計は定ずり速度型で市販の回転粘度計の大部分はこの方式である。これに対し定トルクを与これによって生ずる回転速度を測定する方式の粘度計がある。これを定応力



(a) 共軸円筒型

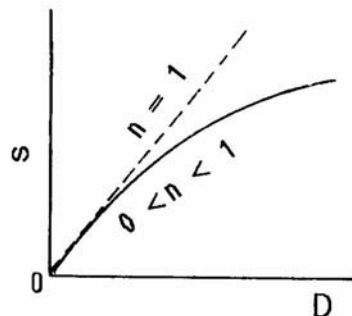
(constant stress) または応力制御 (controlled stress) 粘度計と称する。また古くはストーマー粘度計がある。回転粘度計特にコーン・プレート型は非ニュートン性液体の粘度測定に最適である。



(b) コーン・プレート型

擬塑性 pseudo-plastic

非ニュートン性*の 1 種で、ずり応力* s はずり速度*D の増加とともにその増加割合が減少する。これは構成分子が連鎖構造か凝集構造をもち、ずり*の増加とともに構造が細分化されるためである。降伏値*はもたない。流動曲線*は(a)図のように原点を通り D 軸に凹の曲線で可逆性である。両対数プロットした粘度曲線*は(b)図のように一定のずり速度範囲では右下りの直線で表される。流動方程式*は次のべき乗則*(power law)で表される。



(a) 流動曲線 (点線はニュートン性)

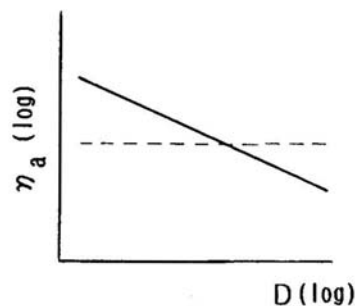
$$s = \mu D^n$$

ここに μ = 非ニュートン粘性係数 (non-Newtonian viscosity coefficient)、 n = 粘性指数 (viscosity index) で、 $0 < n < 1$ 。

粘度方程式は次のように書ける。

$$\eta_a = s/D = \mu D^{n-1}$$

ここに η_a = みかけ粘度*(apparent viscosity)、擬塑性液体に属するものは大部分のエマルジョン、サスペンションである。



(b) 粘度曲線 (点線はニュートン性)

キャソン式 Casson's equation

Casson(1959)は油性印刷インキの流動挙動が次の流動方程式*に良く適合することを見出した。

$$\sqrt{s} = \sqrt{s_c} + \sqrt{\mu_c} \sqrt{D}$$

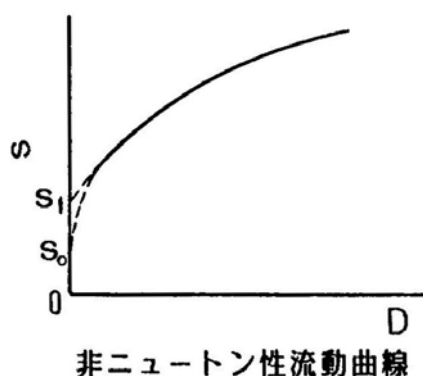
ここに s は Casson 降伏値、 μ は Casson 粘度である。この式は s と D が一次関係にあるので、両者の関係は直線になる。したがって外挿法(補外法)で求めた Casson 降伏値 s_c は力学的降伏値 s_1 のようには個人差がない。しかし s_c は真の降伏値 s_0 より常に大きいので比較値として用いられる。Casson 式は塗料、印刷インキ、食品、血液などの分散系によく適合する。

構造粘性 structural viscosity

非ニュートン性*の一部に対してオストワルド*(W. Ostwald,1925)が提唱した概念、すなわち、多くの濃厚な分散系や高分子溶液は、ずり速度*の低い範囲できわめて高い粘性*を示すが、ずり速度とともに粘性は減少して、やがてニュートン流動に近づく。このような現象は、静置した状態において系の内部に形成された弱い構造が、流動とともに順次破壊し分散すると考えて提出された概念である。現在ではこのような型式の流動は分散粒子の変形や配向によっても表れることが分かっている。

降伏値 yield value

クリーム類やマヨネーズなどの軟塑性体はそのまま放置した場合には固体と同じように流動しない。しかし比較的小さい外力を加えることによって容易に流動させることができるが、外力を除くとその形が保たれるから自由な形に成形することができる。このような性質を塑性*といい、流動し始める応力*の限界値 s_0 を降伏値という。

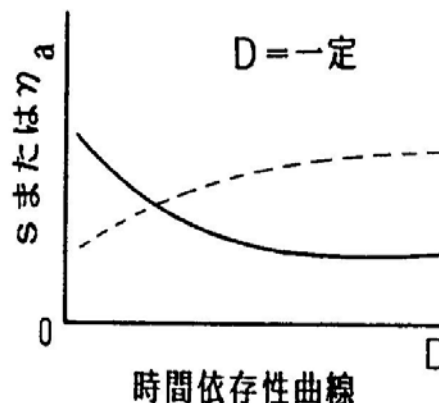


降伏値は食品、塗料、印刷インキなどにとって重要な物性である。

しかし降伏値を実測することは容易ではない。それは液体が流動し始める点を正確に測定することは現在の粘度計では不可能だからである。低ずり速度*範囲を特に細かく測定した非ニュートン性液の流動曲線*(右図)から外挿法(補外法)により求めた s_1 は普通・力学的降伏値(dynamic yield value)と呼ばれる。実際の流動曲線は極低ずり速度領域 s_1 域では大きい曲率の曲線をえがいて下降し、 s 軸上の s_0 が真の降伏値で $s_0 < s_1$ と考えられている。 s_0 は実測不可能であるので、実際上は高精密度定応力粘度計で測定した値が比較的真的降伏値に近い。一般の回転粘度計*(定ずり速度粘度計)では自由減衰法を用い、一定偏位点より零点に復帰するロータのずり速度が $0.01s^{-1}$ に達したときの応力 (s) $D=0.01$ を実用降伏値と定義するレオロジストもいる。これらの降伏値は初期降伏値(initial yield value)と呼ぶ。比較値としての降伏値にはキャソン降伏値*(Casson yield value)がある。降伏値を越さない応力の下では液体は粘弾性挙動*を示す。

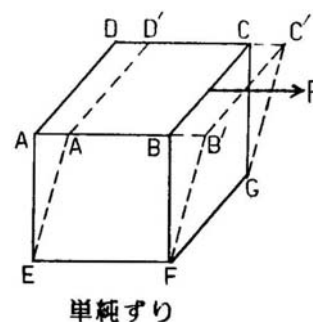
時間依存性現象 time-dependent effects

ある種の分散系を回転粘度計*で、ずり速度*D=一定として連続的に粘度測定すると、図示のように時間の経過とともにずり応力*sまたはみかけ粘度* η_a が減少(実線)または増大(点線)する。この現象を時間依存性といい、前者の場合をチクソトロピー*、後者をレオペキシー*と呼ぶ。この現象は液体が継続的なせん断(ずり*)を加えられることにより構造が細分化または凝集するために起る。この構造変化は可逆的ではあるが、一般に回復に時間がかかる。回復時間が長い物質は以前に受けたせん断の履歴(history)が粘性に影響を及ぼすので粘度測定には留意を要する。



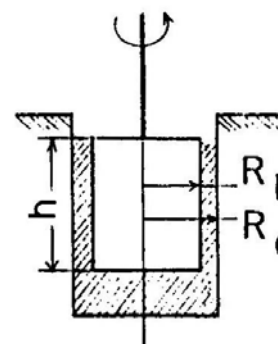
ずり shear

下底が固定されている立方体の上面 ABCD (右図) に、辺 AB に平行な接線力 P が作用したときに、立方体が起す変形をずりという。せん断ともいわれる。右図の例は単純ずりで、上面及び下面の二平面は変形せず、体積は変形前後で一定である。



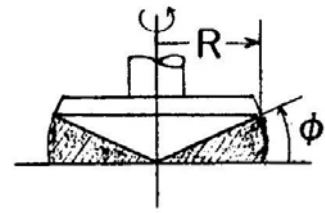
ずり応力 shear stress

右図に例示した単純ずりにおいて、上面 ABCD に作用する辺 AB に平行な接線力 P を上面の面積 s で割った単位面積当りの力(P/S)をずり応力という。ずり応力は τ (タウ)、 σ (シグマ)などで表す。単位は SI 系では Pa、または N/m^2 、CGS 系では dyn/cm^2 ($=0.1Pa$) で、圧力の単位と同じである。回転粘度計*で粘度測定をする場合、サンプル液は液内の粘度計回転部によりずり流動を起し、回転部の表面には粘性摩擦トルクが生じる。粘度測定ではこのトルクを観測するのが一般的である。これを T とするとずり応力 s は次式で表される。粘度計測定部寸法は右図参照。



$$\text{共軸円筒型: } s = \frac{T}{2\pi R_b^2 h}$$

$$\text{コーン・プレート型: } s = \frac{3T}{2\pi R_b^3}$$



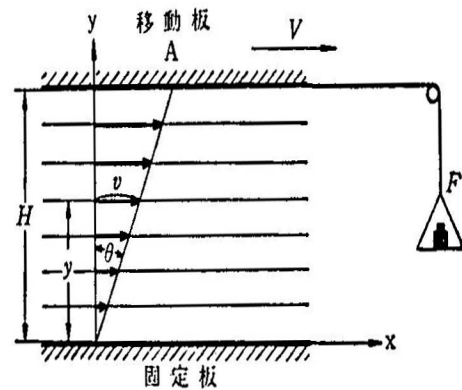
(b) コーン・プレート型

粘度計測定部図

ただし、共軸円筒型ではロータの上、下両端面の影響が無視できない場合がある。これを端面効果*という。

ずり速度 shear rate

右図のように 2 枚の平行平板の間に粘性液体を満し、移動板下部平板を固定して、上部平板に応力*(F/A)を加えて速度 V で移動させると、液体はずり流動を起す。移動板に接する液体は速度 V で運動しているが、固定板に接している液体は速度 0 である。平行平板間の距離を H とすると液体内の速度勾配は V/H で表される。これをずり速度という。一般にずり流動をしている液体固定板内の 1 点の速度を v、速度と直角の方向を y 軸とするとずり速度 = dv/dy と書ける。



ずり速度は D、 $\dot{\gamma}$ (ガンマ・ドット) などでも表し、単位は s^{-1} ((秒)⁻¹) である。

回転粘度計*のずり速度は次式で表される (ずり応力の項の回転粘度計測定部図参照)

$$\text{共軸円筒型: } D = \frac{0.2094N}{1 - (R_b/R_c)^2} \quad N: \text{ロータ rpm}$$

$$\text{コーン・プレート型: } D = \frac{0.1047N}{\phi} \quad N: \text{コーン rpm}$$

コーン・プレート型のずり速度はコーンの角度(ϕ)(rad)のみに関係し、流体内の位置に関係なく一定値であるから非ニュートン性*液体の粘度測定に適している。

ずり粘稠化 shear-thickening

液体にずり*を与えたとき、その液体が流動度を減少する現象、すなわち粘度*が増大する現象をいう。ダイラタント*やレオペキシー*はずり粘稠化の例である。

ずり粘度 shear viscosity

ずり応力*とずり速度*の比をずり粘度という。毛細管粘度計や各種回転粘度計で測定される粘度*はすべてずり粘度であるが普通、ずりは省略する。

ずり流動化 shear-thinning

液体にずり*を与えたとき、その液体が流動度を増大する現象、すなわち粘度*が減少する現象をいう。擬塑性*やチクソトロピー*はずり流動化の例である。

塑性流動 plastic flow

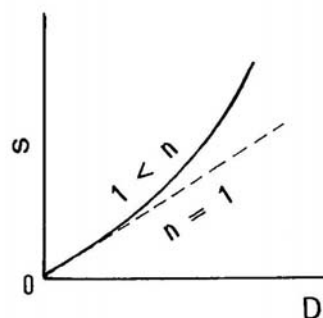
降伏値*を越えた応力状態において、塑性体が示す定常流動*を塑性流動という。この場合のずり応力*とずり速度*との関係は、塑性粘度（ビンガム塑性の項目参照）に比例する。

層流 laminar flow

流体の流れにおいて、レイノルズ数*が小さいときは隣り合った流体部分が互いに混じり合うことなく流線が規則正しい形を保ったまま流れる。これを層流という。粘度測定に用いられる公式や計算式は通常、層流を仮定しているから実験的には流れが層流であることを確認しておかねばならない。

ダイラタント dilatant

非ニュートン性*の1種で、ずり応力* s はずり速度* D の増加とともにその増加割合が増加する。これは構成分子の構造がずり*の増大とともに凝集化が進むためである。降伏値はもたない。流動曲線*は(a)図のように原点を通り D 軸に凸の曲線で可逆性である。両対数プロットした粘度曲線*は(b)図のように一定のずり速度範囲では右上りの直線で表される。流動方程式*は次のべき乗則*



(a) 流動曲線
(点線はニュートン性)

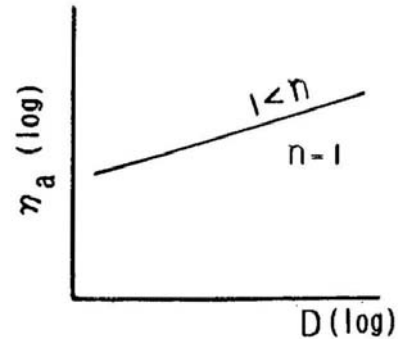
(power law)で表される。

$$s = \mu D^n$$

ここに μ = 非ニュートン粘性係数(non-Newtonian viscosity coefficient)、 n = 粘性指数(viscosity index)で $n > 1$ 、
粘度方程式は次のように書ける。

$$\eta_a = s/D = \mu D^{n-1}$$

ここに η_a = みかけ粘度*(apparent viscosity)、ダイラタント液体に属するものは少数で、でんぷん水溶液、粘土スラリー、流砂、湿った海浜の砂、塗料の一種である。

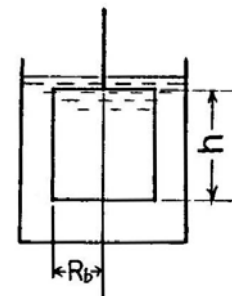


(b) 粘度曲線
(点線はニュートン性)

端面効果 end effects

回転粘度計*の測定部に円筒形ロータを使用したときのずり応力* s の理論計算式はロータが無限に長い場合を仮定してある。しかし実際には円筒の上、下端面は液中に浸漬されているので、この両端面特に下端面の影響は無視できない。これを端面効果という。端面効果の補正はロータのずり応力計算式

$$s = \frac{T}{2\pi R_b^2 h} \quad T: \text{トルク}$$

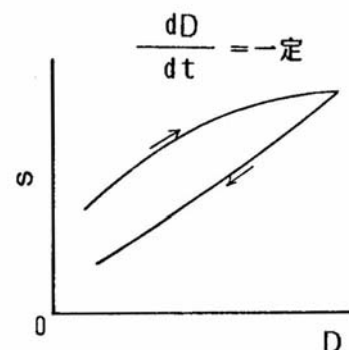


共軸円筒型測定部

においてロータの浸液長 h に Δh の補正をつけ加えてロータの高さを $(h + \Delta h)$ とする。 Δh は実験的に求める。

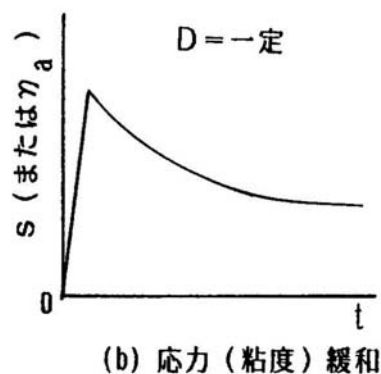
チクソトロピー thixotropy

揺動と静置により等温可逆的に繰り返されるゾル～ゲルの転移現象をチクソトロピーという。例えば、粘土鉱物であるベントナイトの水サスペンションは完全なゾルであるが、これに少量の電解質を添加し静置すると系は徐々にゲル化する。しかし、このゲルを振とうすると



(a) ヒステリシスループ

系はゾルに転移し、静置すると再びゲル化する。回転粘度計*でずり速度*を一定の速さで上昇させて各ずり速度におけるトルクを測定し、最高ずり速度に達してから逆に同じ速さで下降させる。このときの流動曲線*を作ると(a)図のように上昇曲線(UP-curve)と下降曲線(DOWN-curve)の間でヒステリシスループをえがく。これは上昇時に細分化された構造が、下降時に十分に回復しないために起る時間依存性現象*である。ヒステリシスループの面積でチクソトロピーの度合を表す。チクソ



トロピー物質に一定ずり速度を与え応力*またはみかけ粘度の時間的変化を観測すると、(b)図のように緩和現象がみられる。右の緩和曲線でずり速度付加直後のピークは応力オーバーシュートと呼ばれ粘弾性*に関連がある。チクソトロピー性は塗料、印刷インキ、流動食品などには重要な特性である。

定常流動 steady flow

液体ないし粘弾性体*の各点の速度が時間的に変化しない流れ、すなわち等速流れを定常流動という。定常流動は流線が時間的に変化しない層流であって、流線と流体の実体部分の流れの道筋とは一致する。定常流動の代表的な例は円管中の流れ、二重円筒間の流れ、剛体球のかたまりの流れなどに表れる。これらの定常流動に対する測定からずり粘度*が定常流粘度*として決定される。

定常流粘度 steady-flow viscosity

定常流動*している系の粘度*という意味で、本来の粘度と同じ内容の言葉である。しかし粘弾性*を記述するためには、動的粘度*や定速延伸の場合のみかけの粘度など、定常流でない場合にも種々の粘度が規定されているので、これらと区別するために特に定常流という語をつけて用いる場合がある。

動粘度 kinematic viscosity

粘度* η とその流体の密度 ρ との比を動粘度 ν という。すなわち

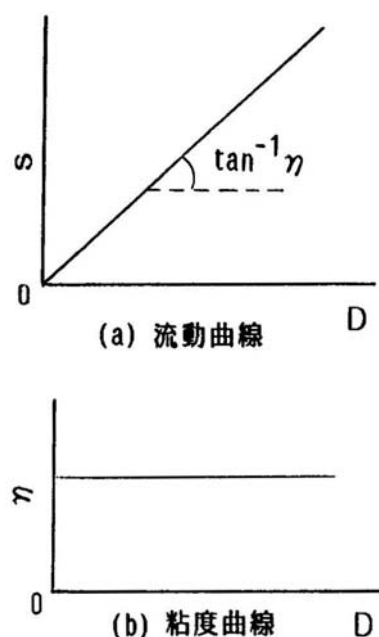
$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

動粘度は被検体が重力の作用を受けて運動する状態を測定する場合、例えば毛細管粘度計で液体の自然落下時間を測定するような場合の測定量である。

単位はSI系では m^2/s 、CGS系では St (ストークス) 又は cSt ($=10^2\text{St}$) で、 $1\text{St}=10^{-4}\text{m}^2/\text{s}$ である。

ニュートン性 Newtonian

ずり応力 s とずり速度 D との関係がニュートンの粘性法則に従う流体の流動特性をニュートン性といい、この特性を示す液体をニュートン性液体という。ニュートン性液体の流動曲線は(a)図のように原点を通る直線で表される。この直線の傾斜がニュートン粘度 (Newtonian viscosity) η で、絶対粘度 (absolute viscosity) ともいう。粘度曲線は(b)図のように D 軸に平行な直線で η はずり速度に関係なく一定値である。ニュートン性液体に属するものには、水、石油、食油、砂糖水、グリセリンなどの単分子液体がある。



ニュートンの粘性法則 Newton's law

ずり応力 s とずり速度 D は次式で表されるように線形関係にある。

$$s = \eta D$$

ここに η は比例常数で粘性係数 (viscosity coefficient) または単に粘度 (viscosity) といい、 s 、 D に関係なく一定値である。この式で表される関係をニュートンの粘性法則といい、1687年に刊行された有名な著書“プリンシピア”で提起された。この法則はフックの弾性法則とともにレオロジーの基本則である。ニュートンの粘性法則にしたがう流動挙動を示す物質をニュートン性 (Newtonian) という。ニュートン性液は主に単分子液体である。ニュートンの粘性法則にしたがわない物質を非ニュートン性 (non-Newtonian) といい、現在の流動製品の大部分はこれに属する。

粘性 viscosity

粘性とは流動性をもつ物質系 (主に液体あるいはガス体) が変形したときに変形速度に依存性のある応力を吸収することができる性質である。応力はまた変形速度を起こす原因

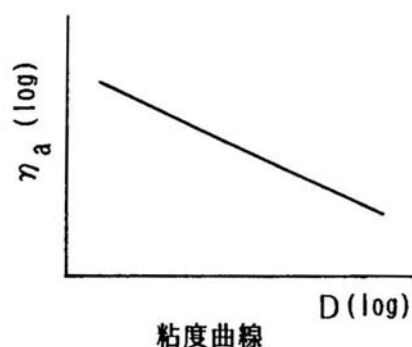
とみなすことができる。なお弾性*は変形に依存性のある応力を貯蔵し変形の原因となっている外力が除かれると応力に相当するエネルギーを放出する。粘度*もまた英語では **viscosity** であるが、粘性とは特に区別したいときには “dynamic viscosity” で表される。日本語に直訳すると “力学的粘度” であるが、この日本語はなじまないのも、むしろ粘性に対して表現された “粘度” ととるべきである。

粘度 viscosity

ずり応力*/ずり速度*の比を粘度という（ニュートンの粘性法則*）。ニュートン性*液体ではずり応力またはずり速度に関係なく一定値で、絶対粘度(**absolute viscosity**)ともいう。粘度は η （イータ）、 μ （ミュー）などで表し、単位は SI 系では $\text{Pa}\cdot\text{s}$ 、 $\text{mPa}\cdot\text{s}=10^3\text{Pa}\cdot\text{s}$ 、CGS 系では $\text{P}(=10^{-1}\text{Pa}\cdot\text{s})$ 、 $\text{cP}(=\text{mPa}\cdot\text{s})$ である。

粘度曲線 viscosity curve

粘度* η とずり速度* D またはずり応力* s の関係を表す曲線をいう。横軸に D または s 、縦軸に η ($=s/D$) をとる。非ニュートン性*物質に対しては $\eta_a - D$ を両対数プロットすると直線関係で表すことができる。



粘稠性, コンシステンシー, consistency

粘性*の高い非ニュートン*液体の変形あるいは流動に対する抵抗を粘稠性（コンシステンシー）というが、物理学的次元の不明確なあいまいな力学的性質に対する表現である。しかし例えば小麦粉ドウの場合、これを混ねつする際の抵抗を一定の試験機を用いて測定してこの試験機について規格化された値を計算しこれをコンシステンシーと称することがある。一般に相対比較値として用いられる。

ハーシェル・バークレイ式 Herschel-Bulkley's equation

ハーシェル・バークレイ方程式は非ニュートン性の一般的な流動方程式*で、次式で表される。

$$s = s_0 + \mu D^n$$

ここに s_0 = 降伏値*(yield value)、

μ = 非ニュートン粘性係数(non-Newtonian coefficient)、

n = 粘性指数(viscosity index)

ハーシェル・バークレイ式において

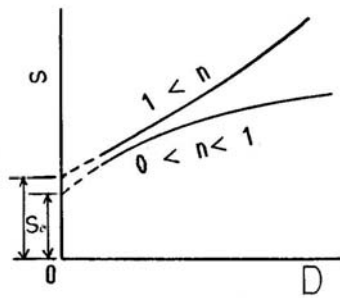
$s = 0$ のとき べき乗則* (擬塑性*、ダイラタント*)、

$n = 1$ のとき ビンガム塑性*、

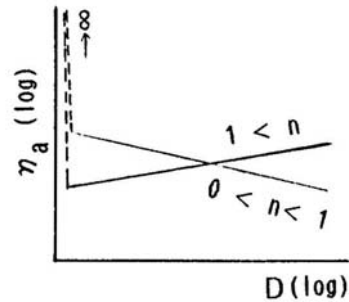
$s_0 = 0$ 、 $n = 1$ のとき ニュートン性*、

$0 < n < 1$ のとき 降伏値をもつ擬塑性 ((a) 図)、

$1 < n$ のとき 降伏値をもつダイラタント ((a) 図)、



(a) 流動曲線



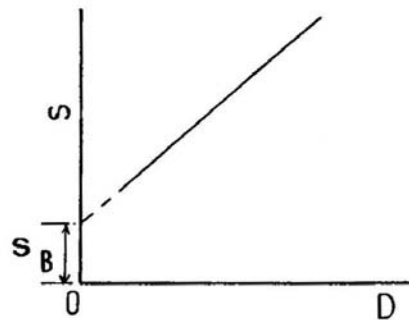
(b) 粘度曲線

(b)図は(a)図の液体の粘度曲線*である。

ビンガム塑性 Bingham plastic

(a)図の流動曲線のように降伏値* s_B をもち、ずり応力*の大きさが s_B 以上では、ずり応力 s とずり速度 D とは直線関係を示す。非ニュートン性*の1種である。流動方程式*は次式で表される。

$$s = s_B + \eta_{pl} D$$



(a) 流動曲線

ここに s_B = ビンガム降伏値 (Bingham yield value)、

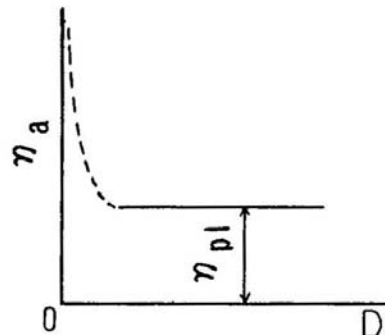
η_{pl} = ビンガム粘度 (Bingham viscosity) または、

塑性粘度 (plastic viscosity)。

粘度曲線は(b)図のように $D \rightarrow 0$ のとき $\eta_a \rightarrow \infty$ 、

$s > s_B$ のとき $\eta_a = \eta_{pl}$ = 一定となる。

ビンガム塑性は(c)図のような力学模型*で表すことができる。すなわち、スライダー s_B とダッシュポット η_{pl} が並列に結合したモデルで、このモデルに模擬させるような挙動を示す物質をビンガム体 (Bingham body) という。ビンガム塑性の性質を



(b) 粘度曲線

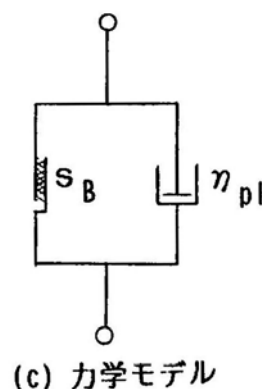
表す液体は比較的少数で、トマトケチャップ、各種スラリー、泥漿、汚泥などがある。

非ニュートン性 non-Newtonian

ずり応力 s とずり速度 D がニュートンの粘性法則*に従わない流体の流動特性を非ニュートン性といい、この特性を示す液体を非ニュートン性液体という。非ニュートン性液体の分子は構造粘性で、ずり応力及び粘度はずり速度依存性がある。非ニュートン性流動には次の種類がある。

- (1)降伏値*をもたないもの：擬塑性*、ダイラタント*
- (2)降伏値をもつもの：ビンガム塑性*、降伏値をもつ擬塑性、降伏値をもつダイラタント
- (3)時間依存性*：チクソトロピー*、レオペキシー*

工業の発達に伴い、現在、大部分の流動製品は非ニュートン性である。



べき乗則 power law

非ニュートン性*液体のずり応力 s とずり速度 D の関係は次の流動方程式*によく適合することが実験で立証されている(Ostwald 1925、de Waele、1925)。

$$s = \mu D^n$$

ここに μ は非ニュートン粘性係数(non-Newtonian viscosity coefficient)、 n は粘性指数(viscosity index)である(非ニュートン性の項目参照)。上式で $n=1$ のときはニュートン粘性式である。 n が1より小さいか、大きいか、またその大きさによって流動特性が色々変る。

法線応力 normal stress

物体の二つの部分が互いにその境界面を通じて及ぼし合う単位面積当りの力を応力*というが、その応力は一般に境界面とある傾きをもっている。この応力*の境界面に垂直な成分を法線応力という。また、境界面に平行な成分がずり応力である。法線応力は、二つの部分が互いにその面を介して押し合い、または引き合う力である。ワイセンベルグ効果は法線応力に起因する現象である。

みかけ粘度 apparent viscosity

ずり応力*/ずり速度*の比を粘度*という（ニュートンの粘性法則*）が、非ニュートン性*液体では粘度はずり応力及びずり速度依存性があり、ニュートン性*液体とは異なり一定値ではない。すなわち同一サンプルでも粘度計測定部の形状・寸法及び rpm により粘度値が異なる。それにも拘らず非ニュートン性液体の粘度をずり応力/ずり速度の比で表すので、ニュートン性の絶対粘度と区別するためにみかけ粘度という。みかけ粘度は η_a （イータ・エイ）で表し、単位は粘度と同じである。

乱流 turbulent flow

液体の流れにおいて、レイノルズ数*がある値（1,000 または 2,000 といわれる）を越えると、液体の各部分は互いに入り乱れた複雑な運動を行なう。この流れを乱流という。乱流状態で測定した粘度*は層流*状態の粘度より大きい値を示す。

流動曲線 flow curve

ずり応力*とずり速度*の関係を表す曲線をいう。標準としては縦軸にずり応力、横軸にずり速度がとられるが、この逆の場合もある。流動曲線の形状からサンプルの流動特性がニュートン性*か非ニュートン性*（擬塑性*；ダイラタント*；ビンガム塑性*；降伏値をもつ擬塑性；降伏値をもつダイラタント；チクソトロピー*；レオペキシー*）かを判定する。

流動方程式 flow equation

次の仮定を満す流体のレオロジー方程式*を流動方程式という。

- (a) 均一な液体
- (b) 準均一として扱われる分散系
- (c) 静止状態では等方性の液体

ハーシェル・バークレイ方程式*やべき乗則*は流動方程式の一つである。

レイノルズ数 Reynolds number

レイノルズ数はナビエ・ストークスの粘性流体に関する運動方程式における慣性項

慣性項 $\rho u \cdot u / x$ と粘性項 $\eta^2 u / x^2$ の比

$$N_c = \frac{\rho u \frac{u}{x}}{\eta^2 \frac{u}{x^2}} \sim \frac{\rho U^2 L^{-1}}{\eta U L^{-2}} = \frac{\rho U L}{\eta}$$

で表される無次元の量である。ここに、 ρ は密度、 η は粘度*、 U は流速、 L は粘性流体の流れを特徴づける長さである。円管内流動の場合層流*の限界は L を管の内径とすれば $N_c=2,000\sim 2,100$ (L が内半径のときは $1,000\sim 1,100$) であることが知られており、この値を越すと乱流になる。上式からわかるように、粘度が低いほど、また密度、流速、長さが大きいほど乱流が生じやすい。回転粘度計*の内筒回転型におけるレイノルズ数は次式で表される。

$$N_c = \frac{\omega R_b (R_c - R_b) \rho}{\eta} = 41.3 \frac{R_c}{R_c - R_b}$$

$$(R_c - R_b) / R_b < 1.54$$

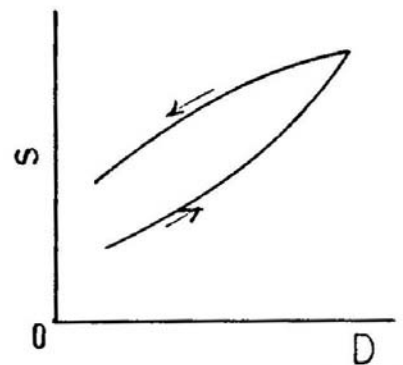
ここに R_b は内筒の半径、 R_c は外筒の内半径、 ω は角速度である。上式からわかるように両円筒間のクリアランス($R_c - R_b$)、 R_b 、 ρ 、 ω (または rpm)が小さいほど、また η が大きいほど層流の安定性がよい。

レオペキシー rheopexy

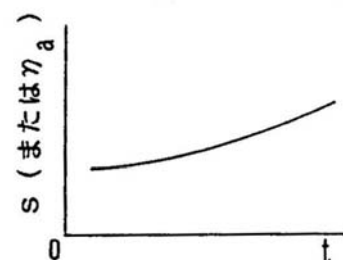
レオペキシーは時間依存性現象*の 1 つであるが、チクソトロピーとは逆に流動曲線*において DOWN 曲線が UP 曲線より大きい値となる。

ずり速度*一定の場合の応力* (またはみかけ粘度) の時間的变化は(b)図のように増大する。

この種の液体は種類が少なく粘土スラリー、シリカゲル、シリコンオイルなどであるが、最近バイオレオロジーの 発達につれて眼球の硝子体などの生体液がレオペキシーを示すことがわかってきた。



(a) ヒステリシスループ



(b) 応力 (粘度) の時間的变化

レオロジー rheology

物質の変形と流動に関する科学。1929年 E.Bingham 博士（米）らによって提唱された。変形は弾性*に関係しフックの法則*が適用され、流動は粘性*に関係しニュートンの法則*が適用される。一般の物質は広義では弾性と粘性の性質を共有しているので粘弾性物質*である。

レオロジー方程式 rheology equation

物質の応力*と変形（ひずみ*）との間の定量的関係を表す式をいう。一般に微分方程式で表される。クリープコンプライアンス*、式、応力緩和*式、流動方程式*などはレオロジー方程式の一つである。

ワイゼンベルグ効果 Weissenberg effects

ゴム系高分子溶液を二重円筒型回転粘度計*で粘度測定すると円筒軸に液がはい上がってくる現象がみられる。この現象はワイゼンベルグによって予測されたのにちなんでワイゼンベルグ効果とよばれている。ワイゼンベルグ効果は、ずり平面（回転軸に直角な水平面）内で、流れの方向と直角で回転軸に向う方向に応力が生じるので、法線応力*効果(nomal stress effect)ともいう。一般的にいうと曳糸性*(spinnability)のある粘弾性液体はこの型に属する。

粘弾性の部

曳糸性 thread-forming property, spinnability

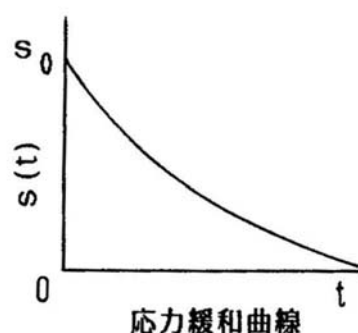
納豆の粘液、トロロイモの粘液・唾液・関節液・ゴム溶液などのように高分子溶液によくみられる糸を曳く性質をいう。このような性質は、粘弾性*液体の力学的緩和現象にもとずいて発現すると考えられている。すなわち、粘弾性液体を棒につけて引き上げるとき、その液体の緩和時間*に対応する速度で引けば液体は粘性的に流動しつつ弾性的に伸長し、曳糸性が観察されるようになる。液体の引き上げ速度が緩和時間より遅ければ、液体は単に粘性的に流れ落ちるだけで、あまり曳糸性は現れず、また引き上げ速度が液体の緩和時間よりも早ければ、液体は弾性体として切断してしまう。

応力緩和 stress relaxation

粘弾性*体に一定ひずみ* γ_0 を加えつづけると、応力* s は次式により時間とともに減少する（マックスウェル体の項参照）、

$$s = s_0 \exp(-Gt/\eta) = s_0 \exp(-t/\tau_M)$$

ここに、 s_0 は γ を加えたときの初期応力、 G 及び η はマックスウェル体の弾性率*と粘度*、 τ_M は緩和時間*で η/G である。この現象を応力緩和とよぶ。応力緩和曲線は右図のとおりである。任意の時間における応力/ひずみの比 $G(t)$ を緩和弾性率 (relaxation modulus) という。



架橋 cross-linking

橋かけともいう。一般に、鎖状分子中の特定の原子間を化学結合により相互に連絡して、三次元網目構造*を有する化合物に変化させることをいう。架橋の度合は、液体では降伏値*、粘弾性体・固体では材料の応力・ひずみ曲線、あるいはヤング率*の測定から算出することができる。

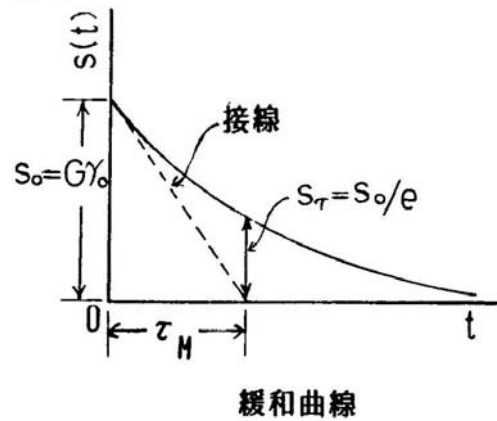
緩和時間 relaxation time

応力緩和*を特徴づける時間のパラメータのことである。応力緩和の最も基本的なマックスウェル体*において、ひずみ* γ 、応力* s 、時間 t の関係は次式で与えられる、

$$s(t) = s_0 \exp(-t / \tau_M)$$

ここに、 s はひずみを加えた瞬間に物体に生じる初期応力、 G は弾性率*、 η は粘度*である。

$\tau_M = \eta / G$ は時間の次元を有し、応力緩和時間と呼ばれる。 τ_M は s_0 が $1/e$ になる時間で $t=0$ における緩和曲線の接線が t 軸と交る点 A の t 軸の切片に等しい (右図)。



緩和スペクトル relaxation spectrum

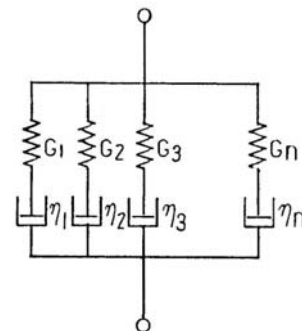
実在する粘弾性*体のなかには、そのレオロジー性質を表すのに図示のように並列につながれた多数のマックスウェル体*の力学モデル*を用いることが適当である場合がある。このようなモデルを一般化マックスウェルモデルという (応力緩和の項参照)。一般化マックスウェルモデルの応力緩和式は次のように書ける。

$$s(t) = \gamma_0 \sum_{k=1}^n G_k \exp(-t / \tau_{M,k})$$

ここに、 G_k は k 番目のマックスウェル体の緩和弾性率 (relaxation modulus)、 $\tau_{M,k}$ は k 番目の緩和時間 $= \eta_k / G_k$

さらに一般の物質では、連続的に変化する無数の緩和時間 τ_M に対応する無数の緩和弾性ユニットが密接して存在すると考えられる。この場合には τ_M の連続分布を考えて、応力緩和の一般式を次のように書くことができる。

$$s = \gamma_0 \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau_M) \exp(-t / \tau_M) d\tau_M$$



一般化マックスウェル模型

これより緩和弾性率は次式で与えられる。

$$G(t) = G_0 + \int_{-\infty}^{\infty} H(\tau_M) \exp(-t/\tau_M) d \ln \tau_M$$

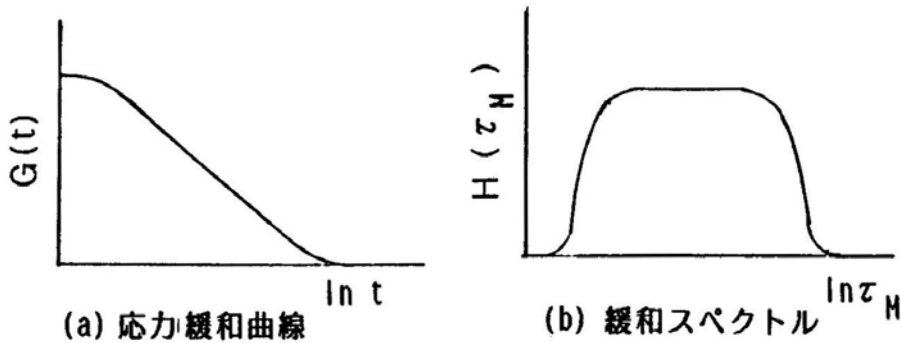
ここに、 $H(t)$ は緩和スペクトルである。

$H(t)$ は緩和弾性率を $\ln t$ に対してプロットして曲線の傾斜を任意の点数で計算する。

すなわち

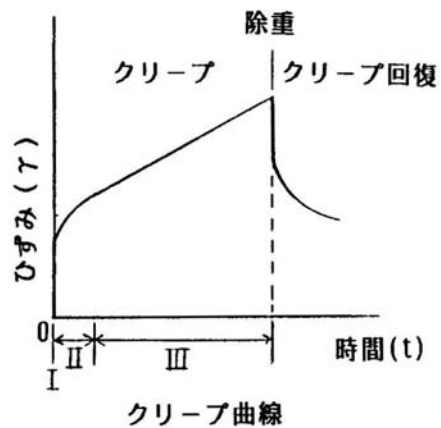
$$H(t) \approx - \frac{d}{d \ln t} G(t)$$

例示すると応力緩和曲線(a)図の勾配が緩和時間のスペクトル (分布関数) (b)図を与えることになる。 $H(t)$ は短時間プロセスについて多くの情報を与える。



クリープ creep

大多数の分散系と固体は一定の応力*が加えつづけられると、固体 (弾性*) と液体 (粘性*) の両方の挙動、すなわち粘弾性*挙動を示す。これらの物質は図示のようにずり*の初期段階には固体のように挙動 (図の I、純弾性挙動) し、つづいて粘弾性挙動 (II の領域) を示し、最終的には液体挙動 (III、純粘性) を示す。これらの挙動はずり変形の仕事が固体のように完全に貯蔵される (弾性) のでもなく、また液体のように完全に消費 (粘性) のでもない。



時間の関数としての変形 (ひずみ*) の増加をクリープと呼び、ひずみ-時間のグラフをクリープ曲線(Creep curve)という。クリープ挙動を表す物質はフォークト体*である。

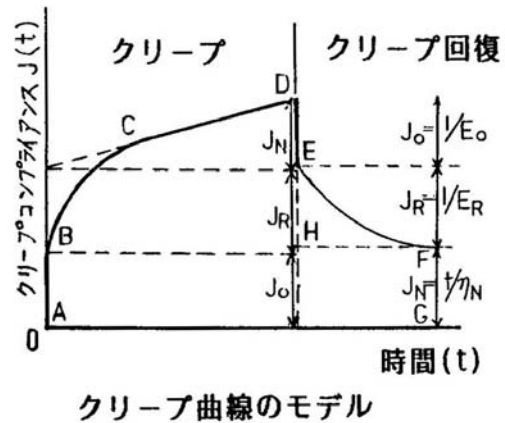
クリープ回復 creep recovery

クリープ*がある時間進行したとき瞬間的に応力を取り除くと、物体に現れていたひずみが時間とともに徐々に減少する場合がある。このような現象をクリープ回復という（クリープの項のクリープ曲線；クリープコンプライアンスの項参照）。

クリープコンプライアンス creep compliance

クリープ*測定において、任意の時間 t のコンプライアンス*（ひずみ $\gamma(t)$ と加えている一定応力 s_0 との比 $\gamma(t)/s_0$ ）を、クリープコンプライアンスといい、 $J(t)$ で表す。クリープ測定の結果は普通、クリープコンプライアンス-時間の関係グラフで（右図）表し、このグラフをクリープ曲線という。

右図は代表的なクリープコンプライアンス-時間曲線であるが、一般に3つの主要領域に分けられる。



(1)瞬間コンプライアンス J_0 (A-B) の領域；純弾性の挙動を示し $J=1/G_0=\gamma_0(t)/s_0$ と書ける。ここに G_0 は瞬間ひずみである。

(2)コンプライアンス J_R (B-C) をもつ時間依存性の遅延弾性*領域；種々の遅延時間*をもつフォークト体*が直列につながり、それぞれ破壊、再生する。比較的弱い結合が強い結合よりも短い時間で破壊する。この遅延弾性領域のコンプライアンスは次式のように書ける。

$$J_R = \sum_i J_i [1 - \exp(-t/\tau_i)] = \sum_i J_i [1 - \exp(-t/J_i \eta_i)]$$

ここに、 i は i 番目のフォークト体を表し、 J_i は遅延コンプライアンス、 τ_i は遅延時間*で $\tau_i = \eta_i/G_i = \eta_i J_i$ 、 G_i 、 η_i はそれぞれの遅延弾性率と遅延粘度である。

(3)ニュートンコンプライアンス J_N (C-D)の線形領域：結合のいくつかは破壊するのについて、純粘性 η_N が流動しニュートンコンプライアンス J_N は次式で表される。

$$J_N = t/\eta_N = \gamma_N(t)/s_0$$

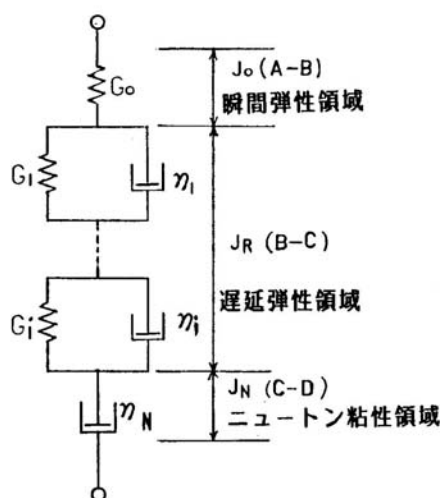
ここに、 γ_N はこの領域におけるひずみである。

応力が D 点で除去されると回復は普通クリープコンプライアンスと同じパターンに従う。

すなわち瞬間弾性回復 (D-E) につづいて、遅延弾性回復(E-F)が起こる。構造ユニット間の結合は C-D の領域で破壊されているから、構造の一部(J_N)は回復しない。この部分は F-G で表され、その大きさは D-H に等しい。クリープコンプライアンス-時間曲線の全体の形は次のクリープコンプライアンスの式で表される。

$$J(t) = J_0 + \sum_i J_i [1 - \exp(-t/\tau_i)] + t/\eta_N$$

また、上記のクリープ曲線の挙動にあてはまる力学モデル*は次図のとおりである。



コンプライアンス compliance

ひずみ/応力の比をコンプライアンスといい、弾性率*の逆数である。

すなわち

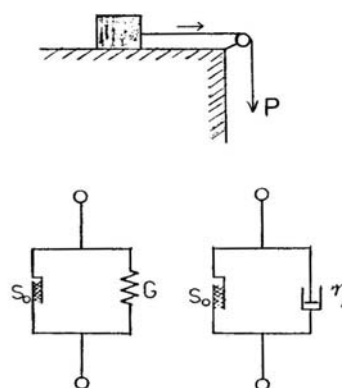
$$J = \frac{\gamma}{s}, \quad J = 1/G$$

ここに、 s は応力*、 γ はひずみ*、 J 、 G はそれぞれコンプライアンス、ずり弾性率*である。

この概念を粘弾性体に拡張して、クリープコンプライアンス*、複素コンプライアンス (動的粘弾性の項参照) などが定義されている。コンプライアンスの単位は S I 系では Pa^{-1} あるいは m^2/N 、CGS 系では cm^2/dyn 、 $\text{Pa}^{-1} = 0.1 \text{cm}^2/\text{dyn}$ 。

サンブナン体 St.Venant body

水平面上に置かれた物体（右図）に水平方向の外力が作用した場合に、この外力が摩擦力より小さいときには物体は変位しない。外力が摩擦に打ち勝ったときにはじめて物体はすべり始める。この現象は降伏値*をもつ塑性体の変形と似たものであり、St.Venant はこれが塑性体*の力学模型*に適していると考えた。この模型はスライダー模型*ともいわれる。



力学模型

瞬間コンプライアンス instantaneous compliance

クリープ*実験において、粘弾性体*に一定応力* s を加えると瞬間的にひずみ*を起す。すなわち、初期構造ユニット間の結合が弾性的に伸長する。応力を除くと瞬間的に初めの構造に完全に回復する。瞬間コンプライアンスは J_0 で表し

$$J_0 = 1/G_0 = \frac{\gamma_0(t)}{s_0}$$

ここに、 G_0 は瞬間弾性率(instantaneous elastic modulus)で、 $\gamma_0(t)$ は瞬間ひずみ $(\gamma)_{t=0}$ である(クリープコンプライアンスの項参照)。

振動法 Oscillation method

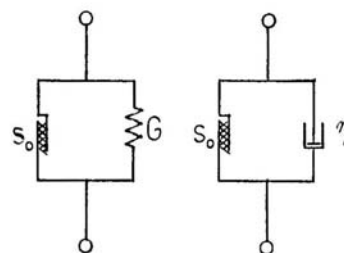
粘弾性体のクリープ*テストでは一定応力 s_0 を加え、応力緩和*テストでは一定ひずみ γ_0 を加えて静的粘弾性*を測定する。 s_0 及び γ_0 の代わりにそれぞれ正弦的に変化する量、すなわち $s = s_0 \exp(i \omega t)$ 及び $\gamma = \gamma_0 \exp(i \omega t)$ を加えるときは動的粘弾性*がえられる。ここに ω は振動率(dynamic frequency、角速度 angular velocity ともいう、rad/s)で、振動数(frequency) f は $\omega/2\pi$ である。また振動周期(oscillation period) T は $1/f = 2\pi/\omega$ である。振動法では s または γ が加えられている時間は $t = 1/\omega$ で、 t の小さい値に対して特に重要なデータが得られる。すなわち、短時間で性質が変わってしまう物質に対して振動法は有効である。

ずり弾性率 shear modulus or rigidity

物体にずり γ を与えたとき、物体に生じる応力 s とずりひずみ γ との比、 s/γ で表される弾性常数である。剛性率ともいう。ずり弾性率は普通、 G で表す。単位は応力と同じで、SI系ではPaまたは N/m^2 、CGS系では dyn/cm^2 で $Pa=10dyn/cm^2$

スライダー模型 slider model

降伏値 s_0 をもつ塑性 γ 変形を表す模型である。図示のように、スライダー模型はその両端の応力 s が s_0 に達するまでは静止したままであり、変形を生じるときの応力は常に s_0 に等しく、 s_0 より大きい応力をこの模型は受けもつことはできない。この模型はサブナンテ γ ともいう。



力学模型

静的粘弾性 static viscoelasticity

物体に一定の応力 s 、あるいはひずみ γ を与えつづけたとき。その応答としてそれぞれ観測されるクリープ γ 挙動あるいは応力緩和 s 現象から、その物体の粘弾性 γ を記述したものを静的粘弾性（粘弾性の項参照）と総称する。

線形粘弾性 linear viscoelasticity

種々のずり応力 s に対してえられたクリープコンプライアンスの値がすべて一致するとき、その物質の挙動は線形粘弾性である。線形粘弾性に対しては、重ね合せの原理 (superposition principle、ボルツマン (Boltzman) の定理ともいう)が適用できる。すなわち、粘弾性的刺激 $x_1(t)$ に対する応答を $y_1(t)$ 、刺激 $x_2(t)$ に対する応答を $y_2(t)$ とすると、刺激 $a x_1(t)+b x_2(t)$ に対する応答は $a y_1(t)+b y_2(t)$ で与えられる。

多くの食品材料では、任意時間におけるクリープコンプライアンスはずり応力が増加するとともに増大する。このような物質は非線形(non-linear)粘弾性挙動を示し、実験データの解析は非常に困難である。しかし、多くの場合ひずみ γ が非常に小さいときは、物質は狭い範囲のずり応力に対しては線形粘弾性を示す。

塑性 plasticity

一般に固体は外力を受けると変形しひずみ*を生ずるが、外力が小さい範囲では外力を除くと変形は完全に回復し、ひずみは消滅する（弾性限界内の弾性体の挙動）。しかし、この範囲を越えた大きい外力を受けると、破壊することなしに変形が連続して増大し、外力を除いてももとの形に戻らず永久ひずみが残るような固体が存在する。この性質を塑性または可塑性といい、この場合の変形を塑性変形、塑性を示す物質を塑性体という。

損失正接 loss tangent

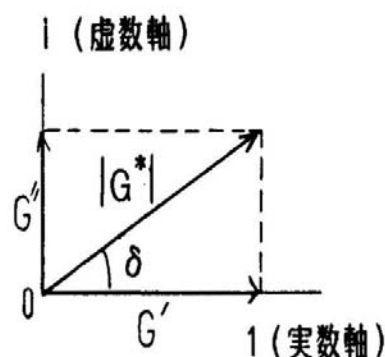
粘弾性体*に振動法*により正弦応力または正弦ひずみを与えたときの振幅-時間曲線上の応力最大値/ひずみ最大値(Optimum stress/optimum Strain)の比は次式で与えられる（右図参照）。

$$|G^*| = \sqrt{G'^2 + G''^2}$$

また

$$\frac{G''}{G'} = \tan \delta$$

ここに、 $\tan \delta$ はずりの損失正接である。また δ を損失角(loss angle)という。 $\tan \delta$ は完全弾性体のときは 0 で、粘性が強いほど大きい。つまり 1 サイクル当りのエネルギー消費の大きさを表す量である。



体積弾性率 bulk modulus

表面に一様な静水圧を受けている体積 V の物体があり圧力を $d p$ だけ増すと体積は $d V$ だけ収縮するとする。このときの体積ひずみ γ_V は

$$\gamma_V = -\frac{dV}{V}$$

であり、応力* P_V は $d p$ に等しいから、静水圧による体積変化に関するフックの法則は

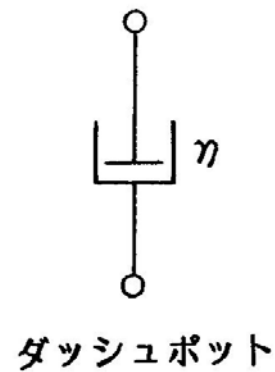
$$P_V = \kappa \gamma_V \quad \text{または} \quad dp = -\kappa \frac{dV}{V}$$

となる。比例常数 κ は物質に固有の常数で体積弾性率と呼ばれる。また体積弾性率の逆数を圧縮率という。記号として K が使われることもある。

ダッシュポット模型 dashpot model

物体の流動性を表現するために用いられる力学模型 (mechanical model) で、ダッシュポットは通常、図のようにニュートン液で満たされた円筒形容器とゆるいはめあいのプランジャーから構成され、プランジャーは上下に動くことができる。ダッシュポットに作用する応力*を s とし、ダッシュポットの変形を γ とすると

$$s = \eta \frac{d\gamma}{dt}$$



の関係が成立するものと約束する。ここに比例常数 η は摩擦常数で、ニュートン粘度 (Newtonian viscosity) を表す。

弾 性 elasticity

外力を加えて変形させた物体が、外力を除くと元の形に戻る性質を弾性という。フックの弾性法則*によれば外力 (応力*) と変形(ひずみ*)の間には一次比例関係がある。このフックの法則に従うものをフック弾性、この関係が直線でないものを非フック弾性という。また応力を加えると瞬間的にその応力に見合った一定の大きさのひずみが表れ、応力を除くと瞬間的にひずみが消失するような弾性を理想弾性といい、応力とひずみとの関係に遅延弾性*のような時間的変化の表れるものを非理想弾性という。

弾性限界 elastic limit

弾性体に対して加える応力*を増大させて行くと、永久ひずみが生じ、応力を除いてもひずみ*が完全に回復しなくなる。このような現象は、応力が弾性限界を越えることによって生じるもので、その応力の値はこの弾性体の降伏値に等しい。

弾性前効果 elastic fore-effect

非理想弾性体に表れる効果で、応力*が加わってもひずみ*はただちに増加せず、時間とともに増加して行く現象をいう。

弾性余効 elastic after-effect

応力*を除いてもひずみ*の回復に有限な時間を要する現象を弾性余効という。非理想弾性体*に表れる効果の一つである。

弾性率 modulus of elasticity

フック弾性体における応力*とひずみ*との関係式の比例常数を一般に弾性率という(フックの弾性法則の項参照)。

弾性率には変形の様式に応じて3種がある。すなわち伸長変形のヤング率*、ずり変形のずり弾性率*または剛性率、体積変形の体積弾性率*である。

弾性率の記号にはE、G、K、 κ 、 γ などが用いられる。単位はSI系ではPa またはN/m²、CGS系ではdyn/cm²、またPa=10dyn/cm²である。

遅延時間 retardation time

遅延弾性*を特徴づける時間のパラメータのことである。遅延弾性の最も基本的なフォークト体において、応力* s 、ひずみ* γ 、時間 t の関係は次式で与えられる(クリープコンプライアンスの項参照)。

$$\gamma = \frac{s}{G} [1 - \exp(-tG/\eta)] = \frac{p}{G} [1 - \exp(-t/\tau_K)]$$

ここに、Gおよび η はフォークト体のバネの弾性率およびダッシュポットの粘度で、 $\tau_K = \eta/G$ は時間の次元をもつ常数である。この常数を遅延時間といい、最終的に到達するひずみの量を1とした場合、ひずみが $1 - 1/e = 0.632$ になるに要する時間に等しい。

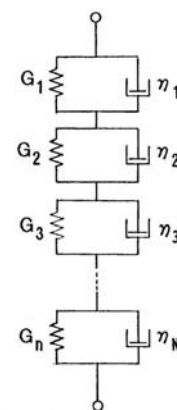
遅延スペクトル retardation spectrum

実存する粘弾性*体のなかには、そのレオロジー性質を表すのに図示のように直列につながれた多数のフォークト体*の力学モデル*を用いることが適当である場合がある。このよう

なモデルを一般化フォークトモデルという（クリープコンプライアンスの項参照）。

さらに一般の物体では、連続的に変化する無数の遅延時間* τ_K に対応する無数の遅延弾性ユニットが密接して存在すると考えられる。この場合には τ_K の連続分布を考えて、クリープコンプライアンスの一般式を次のように書くことができる。

$$J(t) = J_0 + \int_{-\infty}^{\infty} L(\tau) [1 - \exp(-t/\tau)] d \ln \tau + t/\eta_N$$

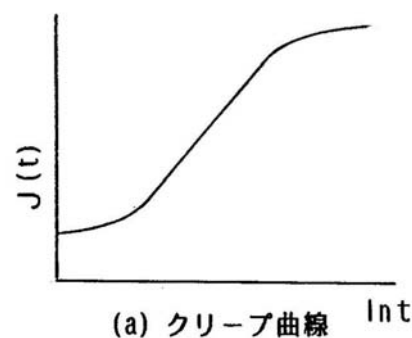
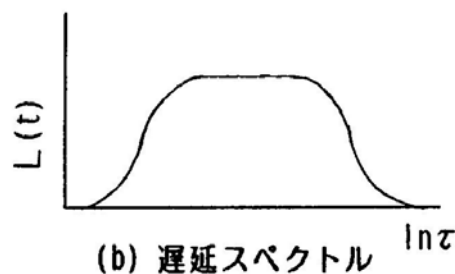


一般化フォークト模型

ここに、 $L(t)$ は遅延スペクトルである。 $L(t)$ はクリープコンプライアンスの弾性部分 $[J(t) - t/\eta_N]$ を $\ln t$ に対してプロットして曲線の傾斜を任意の数点で計算する。すなわち

$$L(t) \approx \frac{d}{d \ln t} [J(t) - t/\eta_N]$$

例示すると、クリープ曲線(a)図の曲線の勾配が遅延時間のスペクトル（分布関数）(b)図を与えることになる。 $L(t)$ は比較的長時間のプロセスについて多くの情報を与える。

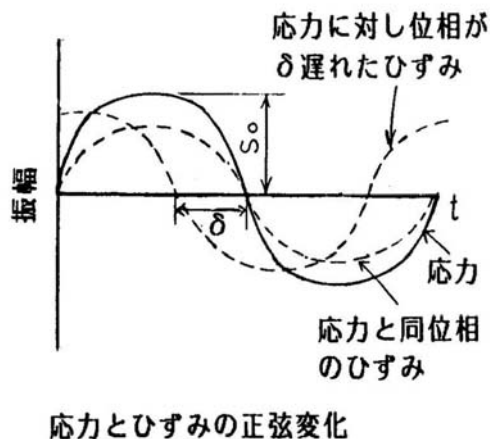


遅延弾性 retarded elasticity

ある種の物体に一定応力* s_0 を加えたときに生じるひずみ* は、時間とともに次第に増加し、変形速度は低下しつつ一定の平衡値に近づく。また応力を除いたとき、それまでのひずみは瞬間的に回復せず、次第にひずみの減少を続け、ついに消滅する。このように応力の変化に対してひずみの応答が遅延し、しかも応力を取り去ったとき、ひずみは徐々にではあるが完全に回復する性質を遅延弾性と呼ぶ。遅延弾性の最も基本的な型式はフォークト模型* によって示される（クリープコンプライアンスの項参照）。

動的粘弾性, フォークト体, dynamic viscoelasticity, Voigt body

フォークト体*に振動応力 $s = s_0 \exp(i\omega t)$ を与えると、複素ひずみ $\gamma = \gamma_0^* \exp(i\omega t)$ が発生する。ここに γ_0^* は複素数、 ω は振動率（振動法の項目参照）、 $\exp(i\omega t)$ は複素関数である。複素ひずみ(complex strain)は 2つの成分、すなわち図示のように 1つは応力と同位相、他の 1つは応力より 90° 位相遅れのものからなる。複素コンプライアンス (complex compliance) $J^* = \gamma_0^* / s_0$ を実数部と虚数部に分けると



$$J^* = J_1' - J_2''$$

J' は貯蔵コンプライアンス (storage compliance) または動的コンプライアンス (dynamic compliance) といい、次式から求める。

$$J'(\omega) = \frac{\text{応力と同位相のひずみ成分の振幅 } \gamma_0'}{\text{応力の振幅 } s_0}$$

J'' は損失コンプライアンス (loss compliance) といい、次式から求める。

$$J''(\omega) = \frac{\text{応力に対して } \pi/2 \text{ 位相の遅れているひずみ成分の振幅 } \gamma_0''}{\text{応力の振幅 } s_0}$$

J', J'' は数学的には次式で与えられる。

$$J' = \frac{1}{G} \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_K^2}, \quad J'' = \frac{1}{G} \frac{\omega \tau_K}{1 + \omega^2 \tau_K^2}$$

ここに G はずり弾性率*、 τ_K は遅延時間* = η / G 、 η は粘度である。

また、貯蔵弾性率 (storage modulus) $G' = G$ 、

動的損失 (dynamic viscosity) $G'' = \omega \eta$ 、

動的粘性率 (dynamic viscosity) $\eta' = \eta = G'' / \omega$

J' は 1 サイクルごとに貯蔵・回復されるエネルギーの尺度、 J'' は 1 サイクル当りの熱損失

エネルギーの尺度である。

フォークト要素*の連続分布に対しては

$$J' = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{L}{1 + \omega^2 \pi_K^2} d \ln \tau_K$$

$$J'' = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{L \omega \pi_K}{1 + \omega^2 \pi_K^2} d \ln \tau_K$$

ここに、 $L(\ln \tau_K)$ は遅延スペクトル*である。

貯蔵コンプライアンス $J'(\omega)$ が振動率 ω あるいは $\ln \omega$ の関数として実測されていれば次の式により遅延スペクトル* $L(\tau_K)$ または $L(\ln \tau_K)$ を求めることができる (遅延スペクトルの項目参照)。

$$\frac{dJ'(\omega)}{d(\ln \omega)} = -L(\ln \tau_K)$$

すなわち、図示のように、実測 $J'(\omega) - \omega$ 曲線の傾斜を求めればよい。逆に、遅延スペクトル L が全タイムスケールで詳しく求められていれば、動的コンプライアンス J' 及び損失コンプライアンス J'' は上の 2 つの式からそれぞれ導くことができる。

動的粘弾性、マックスウェル体, dynamic viscoelasticity, Maxwell body

マックスウェル体*に振動ひずみ $\gamma = \gamma_0 \exp(i\omega t)$ を与えると、複素応力 $s = s_0^* \exp(i\omega t)$ が発生する。ここに、 s_0^* は複素数、 ω は振動率 (振動法の項目参照)、 $\exp(i\omega t)$ は複素関数である。複素応力 (complex stress) は 2 つの成分、すなわち、図示のように 1 つはひずみと同位相、他の 1 つはひずみより 90° 位相が進んだものからなる。複素ずり弾性率 (complex shear modulus) $G^* = s_0^* / \gamma_0$ を実数部と虚数部に分けると

$$G^* = G' + i G''$$

G' は貯蔵ずり弾性率 (storage shear modulus) または動的 (ずり) 弾性率 (dynamic shear modulus) といい、次式から求める。

$$G' = \frac{\text{ひずみと同位相の応力成分の振幅 } s_0'}{\text{ひずみ振幅 } \gamma_0}$$

G''は損失ずり弾性率(loss shear modulus)または動的損失(dynamic loss)といい、次式から求める。

$$G'' = \frac{\text{ひずみに対して}\pi/2\text{位相の進んだ応力成分の振幅 } s_0''}{\text{ひずみ振幅 } \gamma_0}$$

G', G''は数学的には次式で与えられる。

$$G'(\omega) = G \frac{\omega^2 \pi_M^2}{1 + \omega^2 \pi_M^2}, \quad G''(\omega) = G \frac{\omega \pi_M}{1 + \omega^2 \pi_M^2}$$

ここに、Gはずり弾性率*、 τ_H は緩和時間*= η/G 、 η は粘度である。G'は1サイクルごとに貯蔵・回復するエネルギーの尺度、G''は1サイクル当りの熱損失エネルギーの尺度である。

次に、動的粘性率(dynamic viscosity) η' は次式から求める。

$$\eta' = \frac{\text{ひずみと同位相の応力成分の振幅 } s_0'}{\text{ひずみ速度 } d\gamma/dt}$$

また η' は数学的には次式で与えられる。

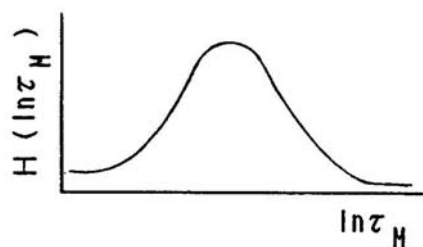
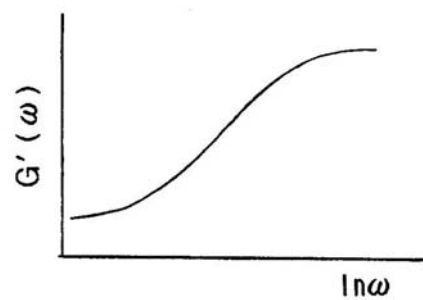
$$\eta'(\omega) = \frac{G''}{\omega} = \frac{G \pi_M}{1 + \omega^2 \pi_M^2} = \frac{\eta}{1 + \omega^2 \pi_M^2}$$

これは振動応力のエネルギーの散逸効果を表し、粘度の次元をもつ。

マックスウェル要素*の連続分布に対しては

$$G' = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H \omega^2 \pi_M^2}{1 + \omega^2 \pi_M^2} d \ln \tau_M$$

$$G'' = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H \omega \pi_M}{1 + \omega^2 \pi_M^2} d \ln \tau_M$$



動的弾性率と緩和スペクトル

$$\eta' = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H\pi_M}{1 + \omega^2\pi_M^2} d \ln \tau_M$$

ここに、 $H(\ln \tau_M)$ は緩和スペクトル*である。貯蔵弾性率 $G'(\omega)$ と振動率 ω または $\ln \omega$ との関係が実測されていれば、次の関係により緩和スペクトル* $H(\tau_M)$ または $H(\ln \tau_M)$ が求められる。

$$\frac{dG'(\omega)}{d(\ln \omega)} = H(\ln \tau_M)$$

すなわち、図示のように実測 $G'(\omega) - \omega$ 曲線の傾斜を求めればよい。逆に、緩和スペクトル H が全タイムスケールで詳しく求められていれば、動的粘弾性 G' 、 G'' 及び η' は上の3つの式からそれぞれ導くことができる。

ニュートン性コンプライアンス Newtonian compliance

クリープ*実験において、瞬間弾性、遅延弾性*の領域を経て結合のいくつかが破壊するのにつづいて、すなわち破壊された結合が回復するに要する時間が試験時間より長いときには、上記のように解放された粒子あるいはユニットは自由に流動し、次式で表されるコンプライアンス*を示す。

$$J_N = \frac{t}{\eta_N} = \frac{\gamma_N(t)}{s_0}$$

ここに、 J_N はニュートン性コンプライアンス、 η_N はニュートン粘度(Newtonian viscosity)、 $\gamma_N(t)$ はこの領域におけるひずみ、 s_0 は加えている一定応力である。クリープコンプライアンスの項参照。

粘弾性 viscoelasticity

一般に粘性*と弾性*を同時にもつレオロジー性質をいう。

弾性体では応力*はひずみ*のみに依存し(フックの法則)、粘性体では応力はひずみ速度のみに依存する(ニュートンの法則)。しかし実在する物質の大多数は、弾性と粘性が共存する。このような粘弾性は、粘性が関与するため、応力とひずみの関係に対して時間の影響が現れる(クリープの項参照)。

バネ模型 spring model

物体の弾性*を表現するために用いられる力学模型*(mechanical model)で、バネは通常、図のようなヘリカル発条で表す。このバネ



発条模型

はフックの法則*に従うものとし、応力* s を作用させたときの伸びを γ とすると

$$s = G \gamma$$

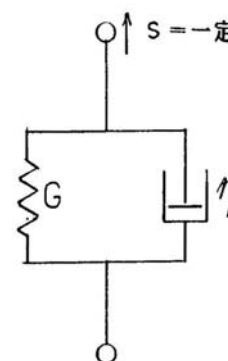
の関係が成立する。この比例常数 G は弾性率*を表す。

ひずみ strain

物体に外力を加えるとその形や体積が変化するが、その変化の大きさを表したものがひずみであり、変形とも呼ばれる。たとえば長さ L の試料が ΔL 伸長したときの伸びひずみ γ_n は $\Delta L/L$ であり、高さ H の試料の上面が下面に対し d だけ変位したときのずりひずみ γ_t は d/H であり、何れも無次元量である。 $\gamma_n, \gamma_t \ll 1$ のときを微小変形、そうでないときを大変形という。

フォークト体 Voigt body

粘弾性*挙動の最も基本的な型式の1つである遅延弾性* (クリープ*) 現象を説明するもので、図示のように弾性を表すバネ* と粘性を表す ダッシュポット* が並列に結合した力学模型である。この模型はケルビン (英) とフォークト (仏) が前後して発表したものでケルビン-フォークト模型 (Kelvin-Voigt model) とも呼ばれる。フォークト体に一定応力* s が加えられるとき次の条件が成り立つ。



フォークトの力学模型

(1)バネとダッシュポットのひずみ γ は同一である。

(2)応力 s はバネにかかる応力 s_1 とダッシュポットにかかる応力 s_2 の和に等しい。

$$すなわち s = s_1 + s_2$$

バネはダッシュポットの粘性に抑制されて同一のひずみ γ を示し応力 s は次のように書ける。

$$s = G \gamma + \eta \frac{d\gamma}{dt}$$

ここに、 G はバネの弾性率*、 γ はひずみ、 η はダッシュポットの粘度、 $d\gamma/dt$ はそのひずみ速度である。この微分方程式を、 $s = 一定$ 、初期ひずみ $= 0$ として解くと次の式がえられる。

$$\gamma(t) = \frac{s}{G} [1 - \exp(-tG/\eta)] = \frac{s}{G} [1 - \exp(-t/\tau_k)]$$

ここに、 $\gamma(t)$ は応力状態において時間 t が経過したときのひずみ、 $\tau_k = \eta/G$ は遅延時間*
と呼ばれる。 $\gamma(t)/s$ をクリープコンプライアンス*

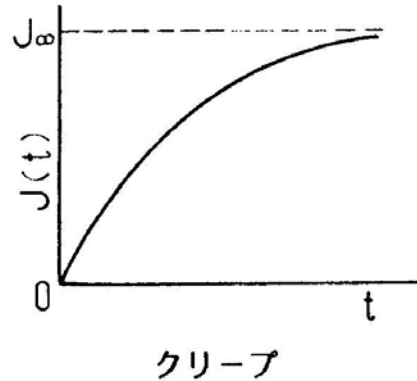
といい $J(t)$ で表す。

上式を書き代えると

$$J(t) = J_\infty [1 - \exp(-t/\tau_k)]$$

ここに $J_\infty = 1/G$ で、バネが伸び切ったときの平衡
コンプライアンス(equilibrium compliance)であ
る。この式でわかるように、 $J(t)$ は時間の経過とと
もに J_∞ に漸近する。

この挙動を右図に示す。



フックの弾性法則 Hooke's law

外力（物体の応力* s （または τ 、 σ ））と変形（物体のひずみ* γ ）の間には次の関係が
ある。

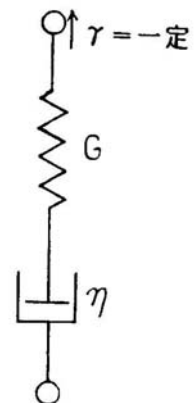
$$s = G\gamma$$

ここに G は比例常数で弾性率*(modulus of elasticity)といい、 s 、 γ に関係なく一定であ
る。この式で表される関係をフックの弾性法則といい、フックが 1660 年に発見した。フッ
クの弾性法則とニュートンの粘性法則*はレオロジーの基本となる二大法則である。

マックスウェル体 Maxwell body

粘弾性*挙動の最も基本的な型式の一つである。応力緩和*現象
を説明するもので、図に示すようにバネ*とダッシュポット*が
直列結合した力学モデルである。マックスウェル体に一定ひずみ
* γ が加えられるとき次の条件が成り立つ。

- (1)バネとダッシュポットにかかる応力は同一で s である。
- (2)マックスウェル体のひずみ γ はバネのひずみ γ_1 とダッシュ
ポットのひずみ γ_2 の和である。



マックスウェルの
力学模型

すなわち $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$

バネは瞬間的に s/G ($= \gamma_1$) だけ伸び、ダッシュポットは s/η ($= d\gamma_2/dt$) の速度で定常伸長する。

したがって

$$\gamma = \frac{s}{G} + \frac{s}{\eta_N} t$$

あるいは

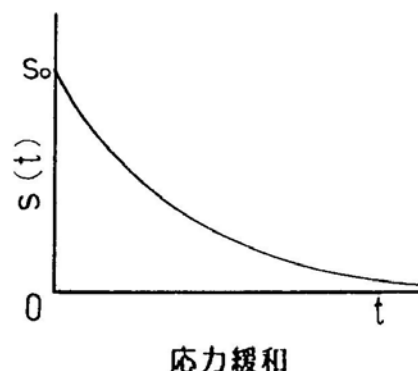
$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{G} \frac{ds}{dt} + \frac{s}{\eta_N}$$

ここに、 G はバネの弾性率*、 η はダッシュポット*のニュートン粘度である。 γ が一定のとき、 $d\gamma/dt=0$ であるから上式から

$$s = s_0 \exp(-Gt/\eta) = s_0 \exp(-t/\tau_M)$$

を得る。ここに s_0 は γ が加えられた瞬間に現れる初期応力、 $\eta/G = \tau_M$ は緩和時間*と呼ばれる。

上記の応力緩和式の挙動を応力-時間のグラフで表すと右図のように、 $t=0$ における初期応力 s_0 が時間の経過とともに τ_M の関数として指数的に $s=0$ に漸近する。



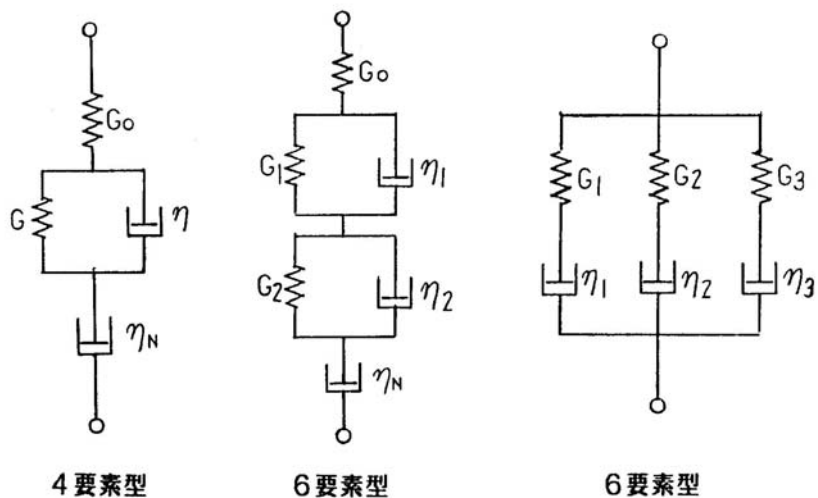
ヤング率 Young's modulus

フック弾性体を伸長したときに発生する応力*は伸びひずみに比例するが、この比例常数をヤング率という。弾性率の一つである。ヤング率は普通 E で表す。単位は応力と同じで、SI系では Pa または N/m^2 、CGS系では dyn/cm^2 で、 $\text{Pa}=10\text{dyn/cm}^2$

力学模型, 力学モデル mechanical model

実在の物体のレオロジー性質を、簡単な要素の組み合わせによって表現し得る場合があるが、このような要素の組み合わせをその物体の力学模型という。通常、要素には粘性*を表すダッシュポット*、弾性*を表すバネ*及び塑性*を表すスライダー*が用いられる。ダッシュポット、バネ及びスライダーはそれぞれ1要素と数え、マックスウェル体*及びフォークト体*はそれぞれ2要素である。力学模型が例えばバネ、フォークト体及びダッシュポット各1

個が直列につながったもので表されるときには 4 要素型モデルという。(次図参照)。



力学模型

レオメータ rheometer

一般に、同一機器で粘性、弾性、粘弾性、塑性などを測定する装置をいう。これに対して定常流粘度に限って測定する機器は粘度計(viscometer または viscosimeter)である。